

РЕЦЕНЗІЯ

на дисертаційну роботу Зозулі Євгена Сергійовича
"Якісні властивості розв'язків вироджених еліптичних і параболічних рівнянь
з сингулярними молодшими членами",
яка подана до захисту на здобуття наукового ступеня доктора філософії з галузі
знань 11 Математика та статистика за спеціальністю **111 Математика**

Дисертаційна робота Зозулі Євгена Сергійовича присвячена дослідженню якісних властивостей слабких розв'язків для квазілінійних еліптичних та параболічних рівнянь, зокрема, для рівняння пористого середовища та p -Лапласа, що містять вагові коефіцієнти класів Маккенхаупта та сингулярний молодший член, а також рівняння пористого середовища з ваговим абсорбційним членом. Такі рівняння є основою для численних теоретичних досліджень, оскільки вони моделюють широкий спектр фізичних та математичних процесів, що мають суттєве значення для розуміння різних природних і технічних явищ. Вивчення слабких розв'язків у контексті цих рівнянь дає змогу поглибити теоретичні знання щодо їхньої поведінки. Тема дисертації є актуальною та важливою для розвитку теорії рівнянь з частинними похідними.

Дисертаційна робота містить екскурс в історію теорії квазілінійних рівнянь, а також надає огляд результатів останніх десятиліть, які мають безпосереднє відношення до досліджуваної теми (*Розділ 1*). Відповідно до мети роботи, основна частина дисертації складається з трьох розділів, 2-го, 3-го та 4-го. *Розділ 2* присвячений аналізу слабких розв'язків квазілінійних параболічних рівнянь з дивергентною головною частиною, модельним випадком яких є рівняння пористого середовища з ваговими коефіцієнтами та сингулярним молодшим членом. Автором побудовано нелінійний ваговий параболічний потенціал Рісса правої частини рівняння, отримано обмеженість і неперервність слабких розв'язків та нерівність Гарнака в залежності від поведінки біля нуля вагового потенціалу Рісса правої частини рівняння. У *Розділі 3* досліджено слабкі розв'язки еволюційного рівняння p -Лапласа, що містить вагові коефіцієнти. Для слабких розв'язків такого рівняння автором доведено нерівність Качіополлі.

Визначено та вивчено ваговий параболічний потенціал Вольфа для правої частини рівняння, а також отримано обмеженість, неперервність слабких розв'язків та встановлено нерівність Гарнака в термінах поведінки біля нуля вагового потенціалу Вольфа правої частини рівняння. *Розділ 4* присвячено дослідженню рівняння пористого середовища з абсорбційним членом. Автор не тільки отримує вагові апіорні оцінки типу Келлера-Оссермана, але й доводить нерівність Гарнака для цього випадку, яка узагальнює відомі результати для невагового випадку.

Загалом, робота відрізняється достатньо високим рівнем математичної строгості та обґрунтованості, а також значним внеском у розвиток якісної теорії слабких розв'язків вироджених еліптичних і параболічних рівнянь з сингулярними молодшими членами. Це дозволяє не лише розширити теоретичні знання про поведінку розв'язків, але й зробити суттєвий внесок у розробку нових математичних підходів до таких рівнянь.

У процесі отримання зазначених результатів Є.С. Зозуля продемонстрував високий рівень аналітичних здібностей та вміння працювати з різноманітними математичними методами. Усі результати роботи є новими та достовірними. Вони представлені у 7 наукових статтях, опублікованих у провідних фахових журналах, 4 з яких включені до наукометричних баз Scopus та Web of Science. Також ці результати були представлені на наукових конференціях та семінарах. Особливо варто відзначити, що 5 з 7 публікацій опубліковано без співавторів.

Результати дослідження Є.С. Зозулі мають виключно теоретичний характер і можуть бути використані в подальших дослідженнях квазілінійних еліптичних і параболічних рівнянь з сингулярними молодшими членами.

До дисертації можна зробити такі пропозиції і зауваження:

- потрібно уніфікувати написання термінів по всій роботі, бо, наприклад, «техніка Кіпелайнен-Мали» зустрічається в такому формулюванні і в такій варіації «техніка Кіпелайнен-Малий»;
- в дисертаційній роботі написано, що ітераційна техніка Кіпелайнен-Мали було адаптовано для дослідження параболічних

рівнянь, в цьому випадку було б корисно вказати за допомогою яких інструментів була зроблена ця адаптація;

- було б доцільно навести приклади правих частин для рівняння пористого середовища та р-Лапласу, а також приклади функцій, що входять у склад абсорбційного члена;
- с. 113 рядок 3 згори: не вказано номер твердження;
- с. 125-126: обчислення довжиною трохи більше ніж на сторінку без будь-яких пояснень та коментарів;
- с. 139 в 1 та 2 рядках згори: два слова залишились на англійській мові.

Наведені пропозиції та зауваження, безперечно, не впливають на високий науковий рівень та позитивну оцінку дисертаційної роботи.

Вважаю, що дисертаційна робота Зозулі Євгена Сергійовича за темою «Якісні властивості розв'язків вироджених еліптичних і параболічних рівнянь з сингулярними молодшими членами» повністю відповідає вимогам до оформлення дисертацій, які затверджені наказом МОН України від 12.01.2017 № 40 зі змінами і доповненнями, внесеними наказом МОН України від 31.05.2019 № 759 та вимогам “Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії”, який затверджено постановою КМУ від 12.01.2022 № 44. Дисертація може бути представлена до захисту, а її автор Зозуля Євген Сергійович, заслуговує присудження йому наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 Математика за галуззю знань 11 Математика та статистика.

Кандидат фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник відділу
нелінійного аналізу та рівнянь математичної фізики
Інституту прикладної математики і
механіки НАН України

Савченко М.О.